

Matematik Öğretmen Adaylarının Konu Alan Bilgilerinin Hataya Yaklaşımları Açısından İncelenmesi

Alper Cihan KONYALIOĞLU¹ Merve ÖZKAYA² Solmaz Damla GEDİK¹

ÖZET: Bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının türev kavramındaki matematik konu alan bilgileri, hatalı çözülmüş sorulara yaklaşımları dikkate alınarak incelenmiştir. Çalışma amacına yönelik olarak adaylara, hatalı çözülmüş açık uçlu sorulardan oluşan test uygulanmıştır. Yazılı cevapların analizi, matematik öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili işlem sorularını genelde yapabilmelerine karşın bu soruların benzerlerinin çözümlerinde yapılan hataları konu alan bilgisi bağlamında açıklayamadıklarını göstermiştir. Dolayısıyla adayların konu alan bilgi yeterliliklerinin göstergelerinden birisi hatayı doğru tespit edebilme bileşenidir.

Anahtar kelimeler: Konu alan bilgisi, matematik alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, hata yaklaşımı, türev



Investigation of Pre-Service Mathematics Teachers' Subject-Matter Knowledge in terms of Their Approaches to Errors

ABSTRACT: In this study considering pre-service mathematics teachers' approaches to the questions solved incorrectly, their subject-matter knowledge in the concept of derivative was investigated. In the accordance with this purpose, a test that consisted of open-ended questions resolved incorrectly, was carried out. Analysis of written response showed that although pre-service mathematics teachers usually solved the operational questions about the concept of derivative, they did not explain errors made in solution of questions like these in terms of their subject matter knowledge. Consequently one of indicators of the pre-service teachers' subject matter knowledge sufficiency is determining the errors correctly.

Keywords: Subject-matter knowledge, mathematical content knowledge, pedagogical content knowledge, error approach, derivative

¹ Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

² Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Sorumlu yazar/Corresponding Author: Alper Cihan KONYALIOĞLU, ackonyali@atauni.edu.tr

GİRİŞ

Genel olarak öğretmenin mesleki yeterlilikleri pedagojik alan bilgisi (PAB), matematik alan bilgisi (MAB) ve müfredat bilgisi olarak ele alınmaktadır. Bunlardan pedagojik alan bilgisinin oluşturulmasında konu alan bilgisinin etkisi büyüktür. Konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi arasındaki ilişkiyi araştıran çalışmaların çoğunda konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi arasında sıkı bir ilişki olduğu ortaya koyulmuştur (Even, 1993; Capraro *et al.*, 2005; Boz, 2004; Türnüklü, 2005).

Shulman (1986), konu alan bilgisine bir öğretmenin sahip olması gereken alan bilgisi bileşenleri içerisinde yer vermiştir. Diğer iki bileşende pedagojik alan bilgisi ve öğretim programı bilgisidir. İyi bir konu alan bilgisi hem öğretimin kalitesini artırır hem de öğrencilerin başarısına katkı sağlar (Ma, 1999; Ball, *et al.*, 2008; Hill, *et al.*, 2005; Brown and Borko, 1992). Özellikle de çoğu öğrenci için zor olduğu düşünülen matematikte, öğretmenin konu alan bilgisi önemli bir yere sahiptir.

Bir matematik öğretmenin ne bilmesi gerektiği düşünüldüğünde, ilk olarak temel bilgiler akla gelir. Bunun üzerine Ma (1999) temel matematiği derinlemesine anlama denilen PUFM bilgisini ortaya atmıştır. Aslında bu bilgi türü bir öğretmenin sahip olması gereken genel anlamdaki konu alan bilgisidir. Öğretmen, anlatacağı her matematik konusunu derinlemesine bilmelidir. Ayrıca ilgilenilen matematik kavramıyla ilgili temsilleri, temel özellikleri, o kavram ile ilgili alternatif yolları bilmede konu alan bilgisini şekillendirir (Even, 1993). Aslında bu, işlemsel ve kavramsal bilgi arasındaki dengeyi kurabilmektir. Kavramdan haberdar olup işlemsel süreçleri yürütmek yeterli değildir. Aynı zamanda kavramsal süreçlerle de ilgilenilmeli ve yeni yaklaşımlar kazandırılmalıdır. Yani bu dengeyi kurmak konu alan bilgisinin bir parçasıdır. Birçok çalışmada kavramları en iyi şekilde anlama ve oluşturma üzerinde durulmuştur (Leinhardt and Smith, 1985; Shulman, 1986). Başka bir çalışma da konu alan bilgisi ikiye ayrılmıştır. Birincisi genel alan bilgisi, ikincisi ise özel alan bilgisidir (Hill, *et al.*, 2008). Genel alan bilgisi, konuyla alakalı derinlemesine bilgi içermezken; özel alan bilgisi ise derinlemesine bir matematik bilgisi içerir.

O halde bir matematik öğretmeni için derinlemesine bir konu alan bilgisi oldukça önemlidir (NCTM, 2000). Bu nedenle konu alan bilgisinin geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır (Cooney, 1999). Hatta bu bilgi türünün belli bir seviyeye gelmesindeki önemli

faktörlerden biri de öğrencinin sahip olduğu hatalardır (Tirosh, 2000). Tsamir (2007), öğrencilerin düşünme yollarının bilinmesinin, matematik öğretmen adaylarının konu alan bilgilerini nasıl etkilediğini ortaya koymuştur. Hatta bu süreçte öğretmen adayları kendi hatalarının da farkına varmışlardır. İyi bir öğretmen olmanın yolu iyi bir öğretici olmadan geçer. O halde bir öğretmenin sahip olduğu alan bilgisi öğretici boyutundan bakıldığında yetersiz kalabilir. Bu nedenle öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarından, hatalardan haberdar olma; kavramlara yeni boyutlar kazandırma, gerekli gösterimleri, temsilleri bilme özelliklerini de içeren, öğretim için matematik alan bilgisi tanımlanmıştır (Ball and Bass, 2000'den akt. Burton, 2006; Hill and Ball, 2004). Daha sonra ise tanımlanan öğretim için matematiksel bilgi bileşenleri dört ana başlık altında toplanmıştır (Ball *et al.*, 2008). Bunlar: genel alan bilgisi, özel alan bilgisi, alan-öğrenci bilgisi ve alan-öğretim bilgisidir. Öğrencilerin kavramlara yaklaşımlarını, sahip oldukları kavram yanlışlarını bilmek matematik öğretimi için önemli bir basamak oluşturur. Öğrencilerin hatalarını sezebilmek genel alan bilgisiyse, hatanın sebebi hakkında fikir sahibi olmak özel alan bilgisiyse ve öğrencilerin en çok nerede hata yapacaklarının farkında olmak ise öğrenci bilgisiyse alakalıdır (Ball *et al.*, 2008).

Bazı çalışmalar, matematik öğretmen adaylarının öğrenci cevaplarını derinlemesine bir anlamlandırma sürecine alamadıklarını göstermiştir (Tirosh, 2000; Even and Tirosh, 1995; Even and Markovitz, 1995). Bu cevaplar içerisinde hatalı çözümlerde olacaktır. O halde bir matematik öğretmen adayı yapılan hatayı doğru olarak sorgulayabilmelidir. Hatayı doğru olarak sorgulayabilen biri, o kavramı içselleştirmiş demektir (Konyalıoğlu ve ark., 2010). Yani hatanın sebebi hakkında doğru bir izlenim oluşturmak gerekir. Bu da Ball *et al.* (2008) tarafından ortaya atılan özel alan bilgisi içerisinde yer alır. Nitekim konu alan bilgisi öğrenci hatalarını tespit etmede ve nedenlerini irdeleme de önemli bir etkidir (Boz, 2004). O halde konu alan bilgisi, öğrenciyi anlama boyutunda da geliştirilmelidir (Cochran, *et al.*, 1993).

Yapılan bazı çalışmalar matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının kavramsal boyutu düşünmeden soru çözümlerinde işlemsel süreci işlettiklerini ortaya koymuş (Lucus, 2006; Konyalıoğlu ve ark., 2011a), ve bu durumun neticesinde de konu alan bilgilerinin zayıf kaldığı sonucuna varmıştır. Geleceğin matematik öğretmenleri olacak olan adayların, iyi bir öğretim gerçekleştirmek için matematikteki kavramları ve işlem-

Çizelge-1. Cevapların Frekans Çizelgesi

Sorular	Hatayı Tespit Edememe		Hatayı Doğru Tespit Doğru Açıklama		Hatayı Doğru Tespit Eksik Açıklama	
	f	%	f	%	f	%
	1	11	23.9	20	43.5	15
2	7	15.2	30	65.2	9	19.6
3	27	58.7	5	10.9	14	30.4
4	29	63.0	8	17.4	9	19.6

leri gerek kavramsal anlama boyutunda ve gerekse işlemsel boyutta iyi bir biçimde öğrenmelidirler (Konyalıoğlu ve ark., 2011b). Hataya doğru yaklaşım ve doğru çözüm önerisi konu alan bilgisinin yeterliliği tespitinde kullanılabilir bileşenlerden birisidir. Bu nedenle bu çalışmada öğretmen adaylarının türev kavramındaki matematik konu alan bilgileri, hatalı çözülmüş sorulara yaklaşımları dikkate alınarak incelenmiştir.

YÖNTEM

Çalışma geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle ortaya koymayı amaçladığından betimsel bir çalışmadır.

Çalışma 20 si bayan ve 26 sı bay toplam 46 ortaöğretim matematik öğretmen adayı ile yapılmıştır. Araştırmada, adayların türev konusundaki hataya yaklaşımları, bu konu ile ilgili hatalı çözülmüş soruları içeren ve bu hataların tespiti ve hata sebeplerini sorgulayan açık uçlu soruları içeren bir test yardımıyla yapılmıştır. Matematik öğretmen adaylarına uygulanan test verileri, açık uçlu sorular için öncelikle hatayı doğru tespit, hata sebebini doğru açıklama ve soruyu doğru çözüme biçiminde sınıflandırılmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarının cevaplarından elde edilen verilerin frekansı hesaplanmış ve yazılı cevapları analiz edilmiştir. Çalışmada kullanılan sorular aşağıdadır.

1. $y = f(x) = (\ln x)^{x^2}$ ise $f'(e) = ?$
()Çözüm: $y = (\ln x)^{x^2} \Rightarrow y = x^2 \cdot \ln x \Rightarrow y' = 2x \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot x^2 \Rightarrow f'(e) = 2e + e = 3e$
2. $f(2x) = (x^2 - x)^2 + 5$ ise $f'(-2) = ?$
()Çözüm: $f(2x) = (x^2 - x)^2 + 5 \Rightarrow$
 $f'(2x) = 2(x^2 - x) \cdot (2x - 1)$ olur ki $x = -1$ için $f'(-2) = -12$ dir.
3. $y = f(x) = \arcsin(\sin x)$ ise $f'(\frac{\pi}{4}) = ?$
()Çözüm: $y = f(x) = \arcsin(\sin x) \Rightarrow y = x \Rightarrow y' = f'(x) = 1 \Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = 1$
4. $y = f(x) = \sin(x + y^2)$ ise $\frac{dy}{dx} = ?$
()Çözüm: $\frac{dy}{dx} = \frac{-f_x}{F_y} = \frac{-(1 \cdot \cos(x + y^2))}{2y} = \frac{-1}{2y}$

BULGULAR

Öğretmen adaylarına; türev konusu ile ilgili, hatalı çözüme sahip olup olmadığı belirtilmeyen toplam 4 adet çözülmüş soru sorulmuştur. Sorulardan elde edilen veriler aşağıdaki kategorilere konularak gruplandırılmıştır. Bu kategorileri oluşturulurken, öğretmen adayının soru çözümündeki hatayı doğru olarak tespit edemediği ve eğer tespit etmişse, hatayı matematiksel bilgi içeriğinden doğru, eksik ve yanlış ifadelerle açıklama durumları göz önüne alınmıştır.

1. *Hatayı tespit edememe*
2. *Hatayı tespit etme ve doğru açıklama*
3. *Hatayı doğru tespit etme ve eksik açıklama*

Öğretmen adaylarının sorulara verdikleri cevapların frekans çizelgesi Çizelge-1 de verilmiştir.

Çizelge 1 de görüldüğü gibi 1. sorudaki hatayı doğru açıklayabilen öğretmen adaylarının yüzdesi %43.5 olup %50 nin altındadır. Yine bu soruda hatayı tespit edemeyip doğru çözüm yapıldığını belirten yada cevap vermeyen aday yüzdesi %23.9 dur. Adayların %32.6 sı ise hata sebebini tam olarak açıklayamamıştır.

Yine Çizelge 1 de 2. soru satırına bakıldığında hatayı doğru açıklayabilen öğretmen adaylarının yüzdesi %65.2 dir. 2. soruda hatayı tespit edemeyip doğru çözüm yapıldığını belirten yada cevap vermeyen aday yüzdesi %15.2 dir. Adayların %19.6 sı ise hata sebebini tam olarak açıklayamamıştır.

Çizelge 1 de görüldüğü gibi 3. sorudaki hatayı doğru açıklayabilen öğretmen adaylarının yüzdesi %10.9 olup bu oldukça düşüktür. Yine bu soruda hatayı tespit edemeyip doğru çözüm yapıldığını belirten yada cevap vermeyen aday yüzdesi %58.7 ve hata sebebini tam olarak açıklayamayan aday yüzdesi ise %30.4 tür.

Çizelge 1 de 4. Soru ile ilgili satıra bakıldığında hatayı doğru açıklayabilen öğretmen adaylarının yüzdesinin 3. soruda olduğu gibi düşük ve %17.4 olduğu görülmektedir. 4. soruda hatayı tespit edemeyip doğru çözüm yapıldığını belirten yada cevap vermeyen aday yüzdesi %63.0 gibi yüksek bir yüzdededir. Adayların %19.6 sı ise yine hata sebebini tam olarak açıklayamamıştır.

SONUÇ

Bilmenin göstergesi sadece doğru cevabı vermek, doğru çözüm yapmak mıdır? Doğru cevabı vermek doğru çözümü yapmak elbette önemlidir fakat bildiği varsayılan birey bildiği ile ilgili yapılan hata ve yanlışları da görebilme yetisine sahip olmalıdır. Dolayısıyla bilme öğrenmişlik için gerek fakat yeter değildir. Hataya doğru yaklaşım ve doğru çözüm önerisi konu alan bilgisinin yeterliliği tespitinde kullanılacak bileşenlerden birisidir. Derinlemesine matematik alan bilgisinde de hatayı doğru tespit edip sebebini de doğru açıklamak gerekir. Çalışma bulguları göstermiştir ki, bir kısım öğretmen adayı yeterli alan bilgisine sahip değildir. Bu hataların öğrenciler tarafından da yapılabilecek olması, adayların öğrenci cevaplarını derinlemesine anlamlandırmada problem yaşayabileceklerinin göstergesidir ki bu bulgu Tirosh (2000), Even and Tirosh (1995) ve Even and Markovitz (1995) in bulgularıyla uyumludur.

Test soruları herhangi bir Genel Matematik veya Analiz ders kitapları ve hatta lise ders kitapları içerisinde rastlanabilir türden olmasına ve yine lisans eğitimleri boyunca bu ve benzeri sorularla karşılaşmalarına rağmen, yapılan hataları tespit edemeyen adayların sayısı kavramsal bir öğrenmenin gerçekleşmediğinin göstergesi sayılabilir. Bu ise Lucus (2006) ve Konyalıoğlu ve ark., (2011a) ile uyumlu bir bulgudur. Ayrıca bu hataların ortaöğretim öğrencileri tarafından yapılabileceği varsayımı dikkate alındığında geleceğin matematik öğretmenlerinin ölçme-değerlendirme boyutunda da sorun yaşayacakları düşünülebilir. Bu bulgular konu alan bilgisinin adaylar için ne kadar önemli olduğunu gösteren küçük delillerdir.

KAYNAKLAR

- Ball, D.L., Thames, M.H., Phelps, G., 2008. Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of Teacher Education* 59 (5), 389-407.
- Boz, N., 2004. Öğrencilerin hatasını tespit etme ve nedenlerini irdeleme. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı*. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Malatya. 04.01.2012 tarihinde <http://www.pegema.net/dosya/dokuman/236.pdf>. adresinden indirilmiştir.
- Brown, C., Borko, H., 1992. Becoming a mathematics teacher. In Douglas A. Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. pp. 209-239, New York: MacMillan.
- Burton, M.E., 2006. *Effects of a combined mathematics methods and content course on mathematical content knowledge and teacher efficacy of elementary preservice teachers*. The University of Alabama, Alabama: Doctoral Theses.
- Capraro, R.M., Capraro, M.M., Parker, D., Kulm, G., Raulerson, T., 2005. The mathematics content knowledge role in developing preservice teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Childhood Education*, 20 (2), 108-124.
- Cochran, K.F., DeRuiter, J. A., King, R. A., 1993. Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(4), 263- 272.
- Cooney, T.J., 1999. Conceptualizing teachers' ways of knowing, *Educational Studies in Mathematics* 38 (1-3), 163-187.
- Even, R., 1993. Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Even, R., Markovitz, Z., 1995. Some aspects of teachers' and students' views on student reasoning and knowledge construction. *International Journal of Mathematics Education in Science Technology*, 26, 531-544.
- Even, R., Tirosh, D., 1995. Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 1-20.
- Hill, H.C., Ball, L.D., 2004. Learning mathematics for teaching: results from California's mathematics professional development institutes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 330-351.
- Hill, H.C., Rowan, B., Ball D.L., 2005. Effects of teachers mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42 (2), 371-406.
- Hill, H.C., Ball, D.L., Schilling, S. G., 2008. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372-400.
- Konyalıoğlu, A.C., Aksu, Z., Şenel, E.Ö., Tortumlu, N., 2010. Matematik Öğretmen Adaylarının Matematik Soru Çözümlerinde Yapılan Hataların Nedenlerini Sorgulama Becerilerinin İncelenmesi. *Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu II*. Hacettepe Üniversitesi, Mayıs 2010, Ankara.

- Konyahoğlu, A.C., Tortumlu, N., Durkaya, M., Hızarcı, S., 2011a. Matematik Öğretmen Adaylarının Limit Kavramını Kavramsal Anlamaları Üzerine. *K.K.Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 279-290.
- Konyahoğlu, A.C., Kaplan, A., Selvitopu, H., Işık, A., Tortumlu, N., 2011b. Türev Kavramının Kavramsal Öğrenimi Üzerine Bazı Tespitler. *K.K.Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22, 317-328.
- Leinhardt, G., Smith, D.A., 1985. Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 77 (3), 247-271.
- Lucus, C. A. 2006. Is subject matter knowledge affected by experience? The case of composition of functions. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, pp. 97-104. Prague: PME.
- Ma, L., 1999. *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Reston, V., 2000. National Council of Teachers of Mathematics. Professional standards for teaching mathematics, A: Author, NCTM.
- Shulman, L., 1986. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Tirosh, D., 2000. Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education* 31 (1), 5-25.
- Tsamir, P., 2007. When intuition beats logic: prospective teachers' awareness of their same sides-same angles solutions. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 255-279.
- Türnüklü, E.B., 2005. Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eurasian Journal of Educational Research*, 21, 234 - 247.

